



KERTAUS luvut 1–8

FUNKTIO

FUNKTIO

Funktio kuvaa kahden suureen välistä riippuvuutta.

Suuretta, joka **riippuu** toisesta suureesta **säännönmukaisesti**, sanotaan tämän jälkimmäisen suureen funktioksi.

Esimerkki Tiettyyn matkaan käytetty aika riippuu nopeudesta eli aika on nopeuden funktio.

FUNKTIOMERKINTÄ

$$\underbrace{y = f(x)}_{\text{funktion arvo}} \quad \underbrace{x}_{\text{muuttuja}} \quad y \text{ on } x\text{:n funktio.}$$

FUNKTION ARVO

FUNKTION ARVO

Kun muuttujan x paikalle sijoitetaan muuttujaa vastaava luku, saadaan funktion arvo.

$$\underbrace{f(5) = 2}_{\text{muuttujan } x \text{ arvo}} \quad \underbrace{2}_{\text{funktion arvo}}$$

Esimerkki Funktion $f(x) = 2x + 3$ arvo muuttujan x arvolla 4 on $f(4) = 2 \cdot 4 + 3 = 11$.

Funktion kuvaaja muodostuu niistä (x, y) -koordinaatiston pisteistä, jotka toteuttavat yhtälön $y = f(x)$.

xy -koordinaatistossa y :n arvo on muuttujan x arvoa vastaava funktion arvo.

SUORAN PIIRTÄMINEN

ENSIMMÄISEN ASTEEN FUNKTIO

Jos funktion lausekkeessa muuttujan x korkein eksponentti on yksi, funktio on ensimmäisen asteen funktio.

Ensimmäisen asteen funktion **kuvaaja on aina suora**.

SUORAN YHTÄLÖ

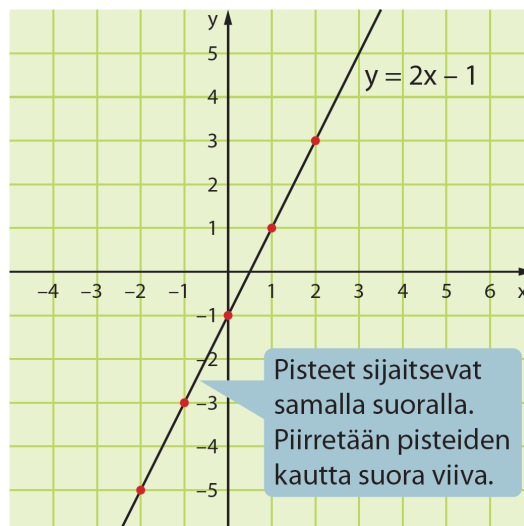
Suoran yhtälö on muotoa $y = kx + b$.

k on **kulmakerroin**, ja
 b on **vakiotermin**.

Esimerkki

x	$y = 2x - 1$
0	$2 \cdot 0 - 1 = -1$
1	$2 \cdot 1 - 1 = 1$
2	$2 \cdot 2 - 1 = 3$
-1	$2 \cdot (-1) - 1 = -3$
-2	$2 \cdot (-2) - 1 = -5$

- 1° Lasketaan muuttujaa x vastaavat y :n arvot.
- 2° Sijoitetaan (x, y) -pisteet koordinaatistoon.
- 3° Piirretään suora pisteiden kautta.



Yhdensuuntaisilla suorilla on sama kulmakerroin.

Jos kahdella suoralla on sama kulmakerroin, suorat ovat yhdensuuntaiset.

AKSELIEN SUUNTAISET SUORAT

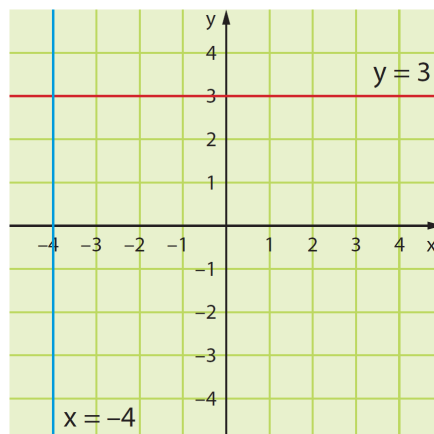
KOORDINAATTIAKSELIEN SUUNTAISET SUORAT

$x = a$ y-akselin suuntainen suora. Kulmakerrointa ei voi määrittää.

$y = b$ x-akselin suuntainen suora. Kulmakerroin $k = 0$.

Esimerkki Suora $x = -4$ on pystysuora paikassa, jossa $x = -4$.

Suora $y = 3$ on vaakasuora paikassa, jossa $y = 3$.



SUORAN YHTÄLÖN MÄÄRITYS

Suoran yhtälö $y = kx + b$ saadaan määritettyä, kun kuvaajasta katsotaan vakiotermin **b** arvo ja lasketaan kulmakertoimen **k** arvo.

Vakiotermi **b** on suoran ja y-akselin **leikkauspisteen y-koordinaatti**.

Kulmakertoimen **k** arvo on suoralle piirretyn suorakulmaisen kolmion **korkeuden suhde kantaan**.

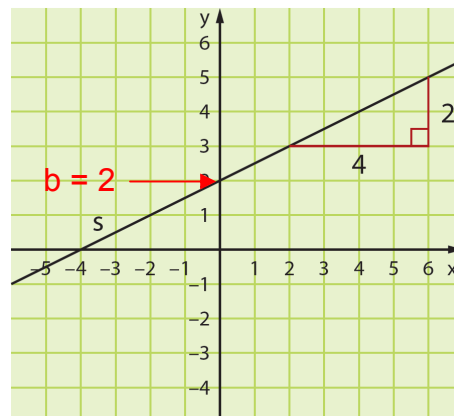
HUOM! Nousevalla suoralla **k** on positiivinen.
Laskevalla suoralla **k** on negatiivinen.

Esimerkki Suoralle *s* vakiotermi **b = 2** ja kulmakerroin

$$k = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5.$$

k:n arvo on positiivinen, koska suora on nouseva.

Suoran *s* yhtälö on siis **$y = 0,5x + 2$** .

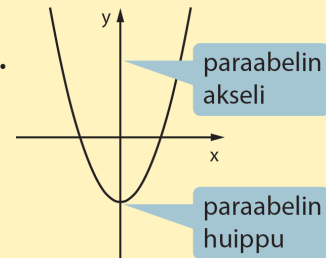


PARAABELI

PARAABELI $y = ax^2 + c$ ($a \neq 0$)

Toisen asteen funktion kuvaaja on paraabeli. Paraabeli on symmetrinen kuvio, jonka symmetria-akselia kutsutaan paraabelin **akseliksi**.

Akselin ja paraabelin leikkauspiste on paraabelin **huippu**.



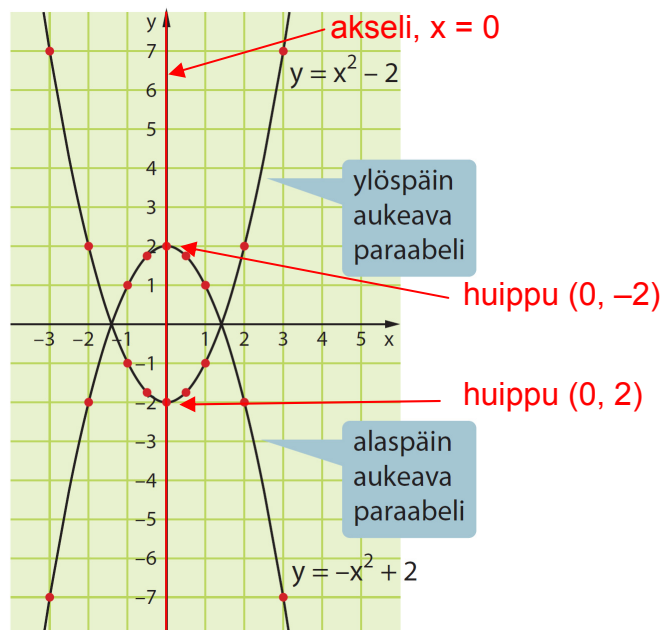
PARAABELIN $y = ax^2 + c$ OMINAISUUKSIA

- Huippu on pisteessä $(0, c)$.
- Akseli on y-akseli.
- Aukeaa ylöspäin, jos $a > 0$. Aukeaa alaspäin, jos $a < 0$.
- On sitä leveämpi, mitä pienempi on a :n itseisarvo.

Esimerkki

x	$y = x^2 - 2$
± 0	-2
$\pm 0,5$	-1,75
± 1	-1
± 2	2
± 3	7

x	$y = -x^2 + 2$
± 0	2
$\pm 0,5$	1,75
± 1	1
± 2	-2
± 3	-7



- 1° Lasketaan muuttujaa x vastaavat y :n arvot.
- 2° Sijoitetaan (x, y) -pisteet koordinaatistoon.
- 3° Piirretään kuvaaja pisteiden kautta.

FUNKTION OMINAISUUKSIA

$f(x) = 0$	Funktion nollakohta on se muuttujan arvo, jolla funktio saa arvon nolla. Kuvaaja leikkaa nollakohdassa x-akselin.
$f(x) > 0$	Funktion arvo on positiivinen , kun kuvaaja on x-akselin yläpuolella.
$f(x) < 0$	Funktion arvo on negatiivinen , kun kuvaaja on x-akselin alapuolella.

FUNKTION SUURIN JA PIENIN ARVO

Ääriarvoiksi sanotaan suurinta ja pienintä arvoa, jonka funktio voi saada.

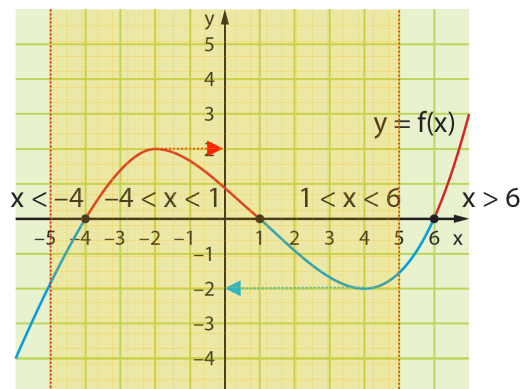
Funktiota tarkastellaan usein rajatuilla muuttujan arvoilla.

Esimerkki $f(x) = 0$, kun
 $x = -4$, $x = 1$ ja $x = 6$.

$f(x) > 0$, kun
 $-4 < x < 1$ tai $x > 6$.

$f(x) < 0$, kun
 $x < -4$ tai $1 < x < 6$.

Välillä $-5 < x < 5$
funktion suurin arvo on 2
funktion pienin arvo on -2 .



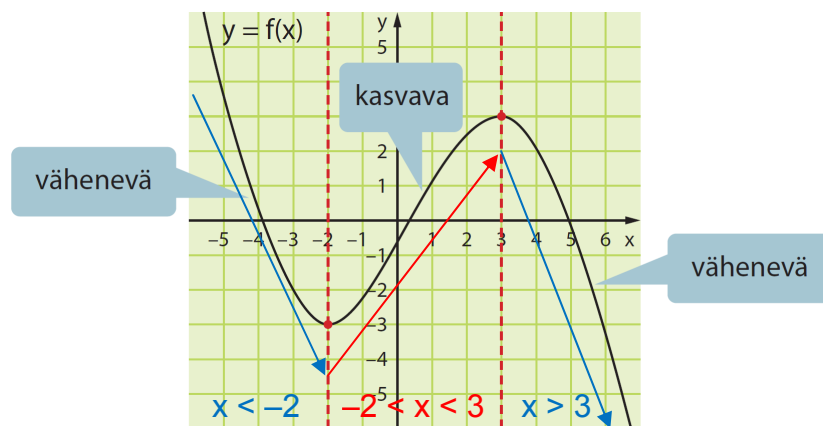
KASVAVA JA VÄHENEVÄ FUNKTIO

KASVAVA JA VÄHENEVÄ FUNKTIO

Funktio on **kasvava**, jos muuttujan arvon kasvaessa funktion arvo kasvaa tai pysyy samana.

Funktio on **vähenevä**, jos muuttujan arvon kasvaessa funktion arvo vähenee tai pysyy samana.

Esimerkki



Funktio $f(x)$ on vähenevä, kun $x < -2$ tai $x > 3$.

Funktio $f(x)$ on kasvava välillä $-2 < x < 3$.