

Huhtaharjun koulu

7. Luokan matematiikka

Juha Korhonen
Luvut ja laskutoimitukset
MA1 – Kurssi

1a. LASKUJEN MERKITSEMINEN (s. 8-9, teht.)

- 1.Kerto- ja jakolaskut vasemmalta oikealle
- 2.Yhteen- ja vähennyslaskut vasemmalta oikealle

1b LASKUJEN MERKITSEMINEN

(s. 10-11, teht.)

Sulkujen sisällä olevat laskut

- Sulkujen poistamisjärjestys
 1. kaarisulut ()
 2. hakasulut []
 3. aaltosulut { }

2. KOKONAIS- JA DESIMAALILUVUT (s. 12-13, teht.)

- Desimaalipilkun vasemmalla puolella olevat numerot merkitsevät ykkösiä, kymmeniä, satoja, tuhansia jne.
- Desimaalipilkun oikealla puolella olevat numerot merkitsevät kymmenesosia, sadasosia, tuhannesosia jne.

PYÖRISTYSSÄÄNNÖT

- Jos ensimmäinen poisjätettävä numero < 5 , niin viimeistä mukaan tulevaa numeroa ei koroteta.

Esim. 1,23**4**3

- Jos ensimmäinen poisjätettävä numero ≥ 5 , viimeinen mukaan tuleva numero korotetaan

Esim. 42,8**7**6

DESIMAALILUKUJEN KERTOMINEN JA JAKAMINEN KYMMENILLÄ

- Siirretään pilkkua nollien lukumäärää vastaava määrä
- **Jaettaessa** pilkku siirretään vasemmalle <---
- **Kerrottaessa** pilkkua siirretään oikealle -->
 - Esimerkiksi

$$0,31 \cdot 100 =$$

$$17,5 : 1000 =$$

DESIMAALILUKUJEN KERTOLASKU

- Desimaalilukujen tulossa on yhtä monta desimaalia kuin tulon tekijöissä on desimaaleja yhteensä

- Esimerkiksi

$$0,3 \cdot 0,4 =$$

Päässälasku:

$$3 \cdot 4 = 12$$

DESIMAALILUKUJEN JAKOLASKU

- Jakolaskussa luvut lavennetaan niin, että jakajasta tulee kokonaisluku. Siirretään pilkkuja oikealle yhtä monta numeroa jaettavassa ja jakajassa
- Esimerkkejä

$$2,4 : 0,6 = 4$$

$$8 : 0,04 = 200$$

KERTOLASKU ALLEKKAIN

○ $123 \cdot 4$ ja $123 \cdot 74$

- kertolaskussa kannattaa sijoittaa alimmaiseksi luku, jossa vähiten numeroita.

1 ← muistinumero, lisätään seuraavaan kertolaskuun

$$\begin{array}{r} 123 \\ \cdot 4 \\ \hline 492 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 1 \\ 123 \\ \cdot 74 \\ \hline \end{array}$$

jatketaan, kunnes kaikilla alemman luvun numeroilla on kerrottu ylempänä oleva luku

lasketaan kertolaskujen tulokset lopuksi yhteen

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \\ 492 \\ + 861 \\ \hline 9102 \end{array}$$

JAKOLASKU JAKOKULMASSA

◦ $117 : 4 = 29,25$

montako kertaa nelonen menee ykköseen?

montako kertaa nelonen menee yhteentoista?

0 2 9 , 2 5

4 | 1 1 7 , 0 0

vähennetään → - 8 x x x

kaksi kertaa neljä → 3 7

Montako kertaa nelonen menee 37:ään? → - 3 6

yhdeksän kertaa neljä → 1 0

- 8

2 0

ei vielä tasan, jatketaan

"tiputetaan alaspäin"

neljä kertaa viisi tasan kaksikymmentä, lopetetaan

LIKIARVOT

- Lukumäärät pystytään usein ilmoittamaan tarkasti.
 - ”Autossani on neljä rengasta”
- Mittaustulokset ovat usein likiarvoja.
 - ”Autoni leveys on noin metri seitsemänkymmentä senttiä”
- Mittaustuloksen tarkkuuteen vaikuttavat muun muassa mittaajan huolellisuus, mittalaitteen kunto ja tarkkuus, mittausolosuhteet, mitattavan kappaleen muoto, koko ja materiaali.
- Millä tarkkuudella kannattaa antaa likiarvoilla laskettu lopputulos?

LASKEMISTARKKUUS

- Yhteen- ja vähennyslaskuissa vastaus suositellaan esitettävän yhtä monen desimaalin tarkkuudella kuin on epätarkimmassa lähtöarvossa.
 - $0,025 + 0,150 + 12 = 12,175 \approx 12$
- Kerto- ja jakolaskuissa vastaukseen suositellaan otettavan yhtä monta merkitsevää numeroa kuin on epätarkimmassa lähtöarvossa.
- Merkitsevät numerot:
 - kokonaisluvun lopussa olevat nollat eivät ole merkitseviä numeroita 1500
 - desimaaliluvun alussa olevat nollat eivät ole merkitseviä numeroita 0,000472

LASKEMISTARKKUUS

- Lasketaan suorakulmaisen pöydän kannen pinta-ala.
- Mitattaessa kannen pituudeksi saatiin 1,55 m ja leveydeksi 0,70 m.
- Pinta-ala lasketaan $\text{pituus} \cdot \text{leveys}$.
- Pinta-ala:
 $1,55 \text{ m} \cdot 0,70 \text{ m} = 1,085 \text{ m}^2 \approx 1,1 \text{ m}^2$
(epätarkimmassa lähtöarvossa kaksi merkitsevää numeroa)

3. MURTOLUVUN KÄSITE (S. 16-17)

- Murtoluku on osamäärä, jossa on jaettava (osoittaja) ja jakaja (nimittäjä).

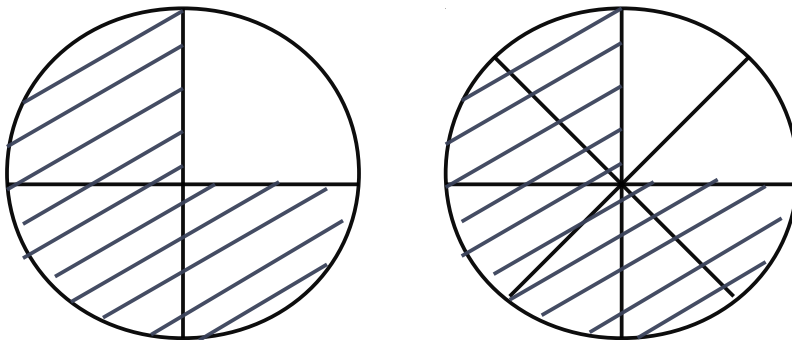
$$\begin{array}{r} 2 \\ \hline 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} \longleftarrow \text{osoittaja} \\ \longleftarrow \text{nimittäjä} \end{array}$$

Lausutaan: ”*kaksi kolmasosa*”

LAVENTAMINEN

- Lavennettaessa osoittaja ja nimittäjä kerrotaan samalla luvulla, jolloin murtoluvun arvo ei muutu.

$$\frac{2^2 3}{4} = \frac{6}{8}$$



SUPISTAMINEN

- Supistettaessa osoittaja ja nimittäjä jaetaan samalla luvulla, jolloin murtoluvun arvo ei muutu.

joko $\frac{6^2}{8} = \frac{3}{4}$

tai $\frac{\frac{3}{\cancel{6}}}{\frac{\cancel{8}}{4}} = \frac{3}{4}$

MURTOLUVUN MUUNTAMINEN SEKALUVUKSI

- Murtoluku muutetaan sekaluvuksi suorittamalla jakolasku

$$\frac{17}{3} = 5$$

- Tulokseksi saadaan **5** ja jakojäännökseksi **2**
- Merkitään jakojäännös murtoluvun osoittajaksi, nimittäjä pysyy samana

$$5\frac{2}{3}$$

MURTOLUVUN MUUNTAMINEN SEKALUVUKSI (= SIEVENTÄMINEN)

- Jos murtoluvun osoittaja on suurempi kuin nimittäjä, murtoluku muutetaan sekaluvuksi tai kokonaisluvuksi.

$$\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$$

Sekaluvussa
on kokonaisosa
ja murto-osa.

$$\frac{15}{5} = 3$$

Kokonaisluvussa
ei ole murto-osaa.

SEKALUVUN MUUNTAMINEN MURTOLUVUKSI

- Sekaluku muutetaan murtoluvuksi kertomalla kokonaisosalla nimittäjä ja lisäämällä tähän tuloon osoittaja. Nimittäjä pysyy samana.

$$7\frac{1}{4} = \frac{7 \cdot 4 + 1}{4} = \frac{29}{4}$$

- Toinen vaihtoehto on ajatella, kuinka monta neljäsosaa on 7

KOKONAISLUVUN MUUNTAMINEN MURTOLUVUKSI

- Helpoin tapa muuttaa mikä tahansa kokonaisluku murtoluvuksi on yhdesosat
- Muutetaan numero 8 murtoluvuksi

$$8 = \frac{8}{1} = \frac{16}{2} = \frac{24}{3} = \frac{32}{4}$$

- Mikä tahansa luku jaettuna ykkösellä on aina luku itse

DESIMAALILUVUN MUUNTAMINEN MURTOLUVUKSI

- Muutettaessa desimaaliluku murtoluvuksi täytyy ensin tutkia desimaaliluvun tarkkuus, esimerkiksi kymmenesosan, sadasosan tai tuhannesosan tarkkuus.

$$0,17 = \frac{17}{100}$$

"Lausutaan 17 sadasosa"

$$- 0,737 = - \frac{737}{1000}$$

MURTOLUKUJEN MUUNTAMINEN DESIMAALILUVUKSI

- Murtoluku muutetaan desimaaliluvuksi suorittamalla jakolasku esimerkiksi laskimella. Jos jako menee tasan, tulee arvoksi päättyvä desimaaliluku.

$$\frac{9}{4} = 2,25$$

- Jos jako ei mene tasan, tulee arvoksi päättymätön desimaaliluku, joka pyöristetään haluttuun tarkkuuteen.

$$\frac{11}{6} = 1,8333333... \approx 1,83$$

4a. MURTOLUKUJEN YHTEEN- JA VÄHENNYSLASKU (s. 20-21, teht. 1-10 & 21-->)

- Murtoluvuille etsitään yhteinen nimittäjä laventamalla
 - sekaluvut muutetaan tarvittaessa murtoluvuiksi
 - laskutoimitus suoritetaan **osoittajilla** ja **nimittäjä** on yhteinen

Huom. Vastaus
sekalukuna

$$4) \frac{2}{3} + \overset{3)}{3} = \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{8+9}{12} = \frac{17}{12} = 1\frac{5}{12}$$

4b. MURTOLUKUJEN YHTEEN- JA VÄHENNYSLASKU (S. 22-23, teht. 32-->)

○ Esimerkki

- Muunna ensin sekaluku murtoluvuksi
- Lavenna murtoluvut samannimisiksi

$$2\frac{2}{3} - \frac{4}{5} = \frac{8}{3} - \frac{4}{5} = \frac{5}{3} \frac{8}{5} - \frac{3}{5} \frac{4}{5} = \frac{40}{15} - \frac{12}{15}$$

5. MURTOLUKUJEN KERTOLASKU (S. 24-25, teht.)

- **Osoittajat** (*murtolukujen yläosat*) ja **nimittäjät** (*murtolukujen alaosat*) kerrotaan keskenään.

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 7} = \frac{6}{35}$$

- Luvusta voidaan ottaa osa kertomalla luku tällä osalla.
 - Esim. puolet ($\frac{1}{2}$) luvusta $\frac{3}{4}$ saadaan seuraavasti

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$$

5. MURTOLUKUJEN KERTOLASKU (S. 24-25)

- Sekaluvut muunnetaan murtoluvuiksi ja kannattaa supistaa mahdollisuuksien mukaan jo ennen kertomista.

$$\frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{3}{\cancel{9}}} \cdot \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{8}{\cancel{16}}} = \frac{1}{24}$$

KÄÄNTEISLUKU

- Luvun käänteisluvun saamme, kun ”*käännämme murtoluvun*”
- Luvun $\frac{3}{2}$ käänteisluku on $\frac{2}{3}$
- Luvun $-4 (= -\frac{4}{1})$ käänteisluku on $-\frac{1}{4}$

6. MURTOLUKUJEN JAKOLASKU

- Jakolaskuissa jaettava kerrotaan jakajan *käänteisluvulla*.

$$\frac{5}{8} \div \frac{7}{9} = \frac{5}{8} \cdot \frac{9}{7} = \frac{45}{56}$$

- Sekaluvut muunnetaan ensin murtoluvuiksi.

$$1\frac{1}{4} \div 2\frac{2}{3} = \frac{5}{4} \div \frac{8}{3} = \frac{5}{4} \cdot \frac{3}{8} = \frac{15}{32}$$

MURTOLUVUILLA LASKEMINEN

- Murtolausekkeissa voidaan supistaa silloin, kun sekä osoittajassa että nimittäjässä on ainoastaan kertolausekkeita.
- Summasta ei saa koskaan supistaa.
- Ilmoita vastaus kaikissa murtolukulaskuissa supistettuna ja muutettuna sekaluvuksi tai kokonaisluvuksi, mikäli mahdollista.

7. Kertaus

- Tee tehtävät sivuilta 30-31 kerrataksesi koetta varten.

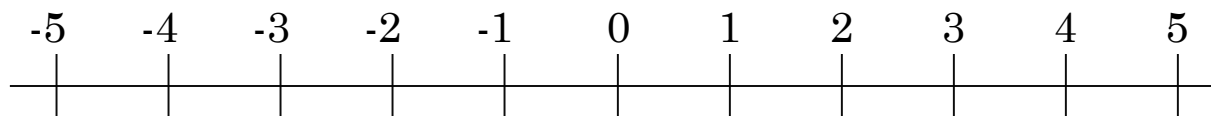
8. NEGATIIVISET LUVUT

- Esimerkki 1: luotollinen pankkitili
 - tilillä rahaa 70 euroa
 - ostos 95 euroa
 - ⇒ tilin saldo -25 euroa
 - ⇒ luoton puolella 25 euroa
- Esimerkki 2: Celsius-lämpömittari
 - lämpötila -27 astetta
 - nolla ja 'ei mitään' eivät aina ole synonyymejä
 - nolla on mielivaltaisesti valittu kohta lämpömittarin asteikolla ja sitä pienemmät arvot ovat negatiivisia

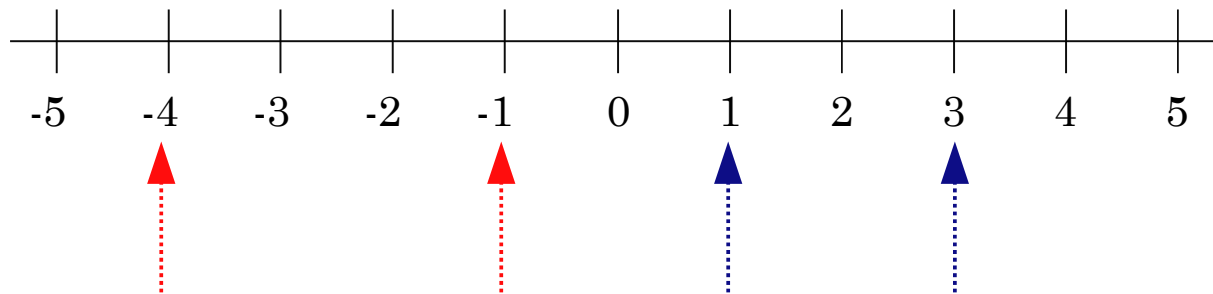
8. NEGATIIVISET LUVUT

(s. 32-33, t. 1-5, 6-->

- Lukuja, jotka ovat pienempiä kuin nolla <0 , sanotaan **negatiivisiksi** luvuiksi
- Lukuja, jotka ovat suurempia kuin nolla >0 , sanotaan **positiivisiksi** luvuiksi
- **Nolla** ei ole positiivinen eikä negatiivinen



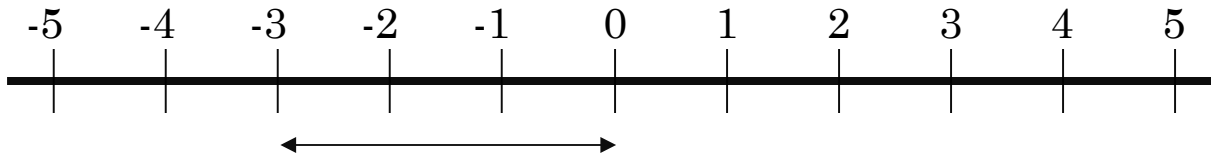
9. LUKUJEN VERTAILU (s. 34-35 t. 1-7)



- Kahdesta lukusuoran luvusta oikeanpuoleinen on suurempi kuin vasemmanpuoleinen.
- Esim.
 - 1 on suurempi kuin 3
 - -4 on suurempi kuin -1

10. ITSEISARVO (s. 36-37)

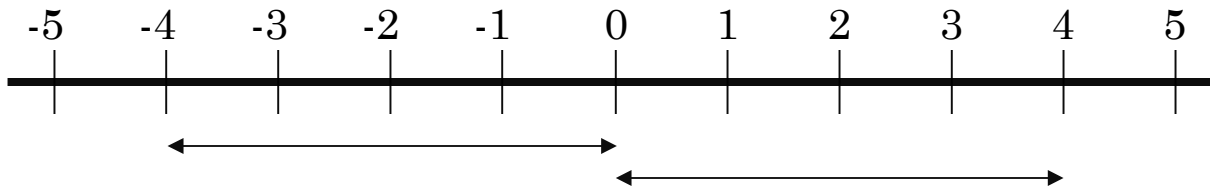
Luvun itseisarvo tarkoittaa luvun etäisyyttä nolasta. Koska kyse on etäisyydestä, itseisarvo on aina positiivinen. Merkintä $|-3|$ luetaan luvun -3 itseisarvo.



Luvun -3 itseisarvo on 3 eli $|-3| = 3$.

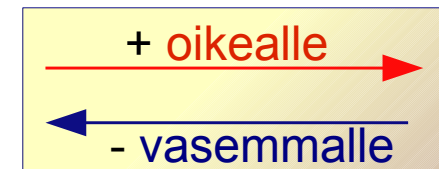
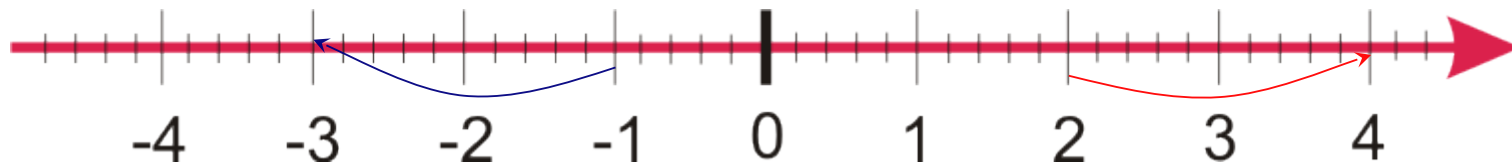
11. VASTALUKU (s. 38-39, teht. 1-5, 6-->)

Luvun vastaluku löytyy lukusuoralta samalta etäisyydeltä nolasta, mutta vastakkaiselta puolelta. Luvun vastaluku saadaan siis vaihtamalla luvun etumerkki.



Luvun -4 vastaluku on 4.

12. KAHDEN LUVUN YHTEEN- JA VÄHENNYSLASKU I (1/2)



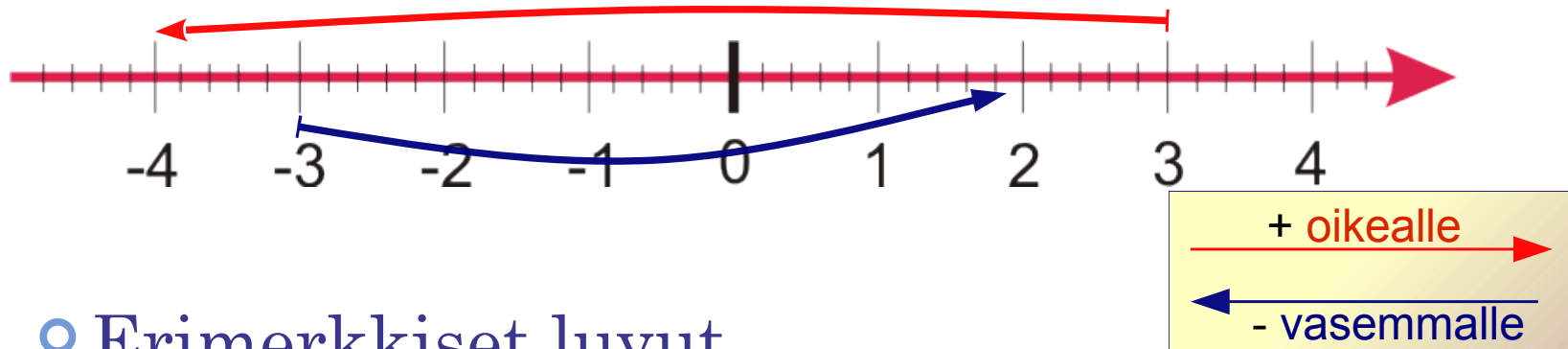
○ Samanmerkkiset luvut

- Lukujen itseisarvot lasketaan yhteen
- Etumerkiksi valitaan yhteinen etumerkki
- Esim:

○ $2 + 2 = \cdot \quad \quad \quad = 4$

○ $-1 - 2 =$

12. KAHDEN LUVUN YHTEEN- JA VÄHENNYSLASKU I (2/2)



○ Erimerkkiset luvut

- Itseisarvoltaan suuremmasta vähennetään pienempi.
- Etumerkiksi tulee itseisarvoltaan suuremman luvun etumerkki
- Esim:

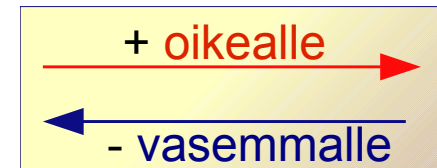
$$-3+5 =$$

$$3-7 =$$

12. KAHDEN LUVUN YHTEEN- JA VÄHENNYSLASKU II

(s. 42-43, t, 21-29, 35-37 ja 41-->)

○ Samanmerkkiset luvut



- Lukujen itseisarvot lasketaan yhteen
- Etumerkiksi valitaan yhteinen etumerkki
- $1,5 + 1,7 = 3,2$ tai $-1,5 - 1,7 = -3,2$

○ Erimerkkiset luvut

- Itseisarvoltaan suuremmasta vähennetään pienempi. Etumerkiksi itseisarvoltaan suuremman etumerkki
- $-1,5 + 1,7 = 0,2$ tai $1,5 - 1,7 = -0,2$

• a) $-\frac{1}{8} + \frac{3}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{4} - \frac{3}{8} = \frac{2}{8} - \frac{3}{8} = -\frac{1}{8}$

13. SULKUMERKKIEN POISTAMINEN

(s. 44-45, teht. 1-5, 6->)

- Kirjoita lukujen 5 ja -7 summa

$$5 + (-7)$$

- Merkitse ja laske

$$3 + (+2) \Rightarrow$$

$$3 - (-2) \Rightarrow$$

$$3 - (+2) \Rightarrow$$

$$3 + (-2) \Rightarrow$$

- Edellisestä seuraa, että

- Jokainen erotus voidaan kirjoittaa summana siten, että lukuun lukuun lisätään vähennettävän luvun vastaluku eli

$$5 - (-5) =$$



13. SULKUMERKKIEN POISTAMINEN

Esimerkkejä (s. 45, teht. 1-5, 6-->)

- Poista sulut ja laske

$$7 + (+3) =$$

$$7 - (-3) =$$

$$7 + (-3) =$$

$$7 - (+3) =$$

- Poista sulut ja laske

$$8 + (-3) + 2 - (-4) - (-3)$$

$$= 8 - 3 + 2 - 4 + 3$$

$$= 5 + 2 - 4 + 3$$

$$= 7 - 4 + 3$$

$$= 3 + 3 = 6$$

Samanmerkkiset

$\left\{ \begin{array}{l} + (+) \Rightarrow + \\ - (-) \Rightarrow + \end{array} \right.$

Erimerkkiset

$\left\{ \begin{array}{l} - (+) \Rightarrow - \\ + (-) \Rightarrow - \end{array} \right.$

13. SULKUMERKKIEN POISTAMINEN

Esimerkkejä (s. 45, teht. 1-5, 6-->)

○ Laske lämpötilojen ero, kun lämpötila

- Aamulla +3 ja illalla +7
 $= +7 - (+3)$
 $= 7 - 3$
- Aamulla -3 ja illalla -7
 $= -3 - (-7)$
 $= -3 + 7$
- Aamulla -1 ja illalla +7
 $= +7 - (-1)$
 $= 7 + 1$
 $= 8$

○ Laske kahden pisteen (-5, -11) välimatka lukusuoralla

- Tapa1: Katso kumpi on isompi ja vähennä
 $-5 - (-11) = -5 + 11 = 6$
- Tapa2:
 $|-11 - (-5)| = |-11 + 5|$
 $= |-6|$

14. USEAMMAN LUVUN YHTEEN- JA VÄHENNYSLASKU(s. 47, t. 1-4, 5-8, 14-16)

○ Tapa 1: Vasemmalta oikealle

$3 - (-2) + (-4) - (+5) + 6 - |-1|$ Poistetaan sulkeet

$$= 3 + 2 - 4 - 5 + 6 - 1$$

$$= 5 - 4 - 5 + 6 - 1$$

$$= 1 - 5 + 6 - 1 = -4 + 6 - 1 = 2 - 1 = 1$$

○ Tapa 2: Samamerkkiset ryhmitellään

$$\begin{aligned}
 & \quad \quad \quad +11 \\
 & \quad \quad \quad \swarrow \quad \searrow \\
 & = 3 + 2 - 4 - 5 + 6 - 1 \\
 & = 11 - 10 = 1 \\
 & \quad \quad \quad \swarrow \quad \searrow \\
 & \quad \quad \quad -10
 \end{aligned}$$

14. USEAMMAN LUVUN YHTEEN- JA VÄHENNYSLASKU (s. 46-47, t. 1-4, 5-->,

○ Yhteenlaskun ominaisuuksia

- Järjestystä voidaan muuttaa: $5+6 = 6+5 = 11$
- Nollan lisääminen ei muuta lukua: $6+0=6$
- Vastalukujen summa on nolla: $-5+5=5+(-5)=0$

○ Esimerkki 1

$$\begin{aligned}(1- 5) + (-4-2) \\ =-4 + (-6) \\ =-4 -6 \\ =-10\end{aligned}$$

○ Esimerkki 2

$$\begin{aligned}12-\{14 +[14+(6-8)]\} \\ =12-\{14 +[14+(-2)]\} \\ =12-\{14 +[14-2)]\} \\ =12-\{14 +[10]\} \\ =12-\{14 +10\} \\ =12-24 \\ =-12\end{aligned}$$

15. KAHDEN LUVUN KERTOMINEN

(s. 48-49, teht. 1-5, 7, 10--> kotit.)

- Kahden samanmerkkisen tulo on positiivinen
 - $3 \cdot 2 =$
- Kahden erimerkkisen tulo on negatiivinen
 - $-3 \cdot 2 =$
- Esim. *(tekstejä ei tarvitse kirjoittaa)*

- Päättele ensin etumerkki
- Kerro lukujen itseisarvot

$$-2 \cdot (+7) = -14$$

$$-6 \cdot (-8) = +48 = 48$$

$$\frac{2}{3} \cdot \left(-4\frac{1}{2}\right) = -\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{2} = -\frac{18}{6} = -3$$

Samanmerkkiset	
$\left\{ \begin{array}{l} + \cdot (+) \Rightarrow + \\ - \cdot (-) \Rightarrow + \end{array} \right.$	
Erimerkkiset	
$\left\{ \begin{array}{l} - \cdot (+) \Rightarrow - \\ + \cdot (-) \Rightarrow - \end{array} \right.$	

16. USEAMMAN LUVUN KERTOMINEN (s. 50-51, teht. 1-4, 6-->)

- Minkä merkkinen on tulo
 - $-1 \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) =$
- Tulon merkkisääntö
 - Jos negatiivisia tekijöitä on
 - Pariton määrä, tulo on negatiivinen
 - $-3 \cdot (-2) \cdot (-4) = -24$
 - Parillinen määrä, tulo on positiivinen
 - $-3 \cdot 2 \cdot (-4) \cdot 2 = 48$

16. USEAMMAN LUVUN KERTOMINEN (s. 50-51, teht. 1-4, 6-->)

- Kertolaskun ominaisuuksia
 - Vaihdantalaki: $5 \cdot 2 = 2 \cdot 5 = 10$
 - Luvulla yksi kertominen ei muuta tulosta:
 $1 \cdot 5 = 5$
 - Luvulla miinus yksi kertominen tuottaa luvun vastaluvun
 $-1 \cdot 5 = -5$
 - Kertolukua ei tarvitse suorittaa vasemmalta oikealle
 $2 \cdot 15 \cdot (-5)$
 $= 2 \cdot (-5) \cdot 15$
 $= -10 \cdot 15 = -150$

17. JAKOLASKU (s. 52-53, teht. 1-6, 7 -->)

- Kerto- ja jakolasku ovat käänteisiä laskutoimituksia
- Osamäärä on positiivinen, jos molemmat tekijät ovat samanmerkkiset
 - $8 : 2 = 4$ tai $-8 : (-2) = 4$
- Osamäärä on negatiivinen, jos tekijät ovat erimerkkiset
 - $8 : (-2) = -4$ tai $-8 : 2 = -4$

18. YHDISTETTYJÄ LASKUTOIMITUKSIA (s. 56-57, teht. 1, 5, 8, 10, 11--->)

19. KERTAUS

○ Tehtävät

- 4. merkitse ja laske vastaluku
- 8. sulkujen poistaminen
- 12. yhteen- ja vähennyslasku useilla termeillä
- 15. kertolasku negatiivisilla (murto)luvuilla
- 16. kertolasku useilla negatiivisilla luvuilla
- 19. jakolasku negatiivisilla (murto)luvuilla
- 40. nimityksiä
- 3. lukujen vertailu
- 13. soveltava sanallinen tehtävä

○ Kotona lisäksi

- Tehtävät 23-39 valikoiden